

A TEORIA DAS HABILIDADES COGNITIVAS E O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Anderson Oramisio Santos¹
Guilherme Saramago de Oliveira²
Maria do Carmo Rodrigues³
Tatiane Daby de Fátima Faria Borges⁴

A habilidade matemática é uma síntese única de propriedades, uma qualidade integral da mente, incluindo diversos aspectos mentais e desenvolvida durante a atividade matemática (KRUTETSKII, 1976, p.76).

Resumo:

Esta pesquisa se desenvolveu na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática e buscando investigar as ideias e postulados sobre habilidades cognitivas e seus componentes para a aprendizagem em Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A investigação foi ancorada numa abordagem qualitativa com pesquisa bibliográfica, com percurso pela meta-análise apoiado nos escritos dos estudiosos como: Wielewski (2005), Giorgion (2010), García (1995) dentre outros, fundamentados na obra do psicólogo russo Vadim Andreevich Krutetskii (1917-1989), traduzida para o inglês sob o título “*The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*”. Constatou-se que na pesquisa que o processo de atividade cognitiva, aprendizagem é individual é que originam a particularidade com que são desenvolvidas as habilidades em matemáticas, uma vez que os sujeitos possuem diferentes potenciais para desenvolverem atividades em Matemática.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem. Habilidades Matemáticas. Formação de Professores. Psicologia da Educação Matemática.

Abstract:

This research was developed from the perspective of Psychology of Mathematics Education and seeking to investigate the ideas and postulates about cognitive skills and their components for learning in Mathematics in the early years of elementary school. The investigation was based on a qualitative approach with bibliographic research, with a path through meta-analysis supported by the writings of scholars such as: Wielewski (2005), Giorgion (2010), García (1995) among others, based on the work of Russian psychologist Vadim Andreevich Krutetskii (1917-1989), translated into English under the title “*The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*”. It was found that in the research that the process of cognitive activity, learning is individual, it is that they originate the particularity with which skills in mathematics are developed, since subjects have different potentials to develop activities in Mathematic.

Keywords: Teaching and Learning. Math Skills. Teacher training. Psychology of Mathematics Education.

¹ Doutor. Universidade Federal de Uberlândia.

² Doutor. Professor da Universidade Federal de Uberlândia.

³ Especialista. Prefeitura Municipal de Uberlândia.

⁴ Doutoranda. Universidade Federal de Uberlândia.

1. Introdução

A Psicologia da Educação Matemática tem como o foco de análise a atividade matemática, proporcionando contribuições específicas referentes aos processos de desenvolvimento e aprendizagem, desencadeando uma abordagem do indivíduo humano sobre habilidades e processos mentais que se dispõe a aprender Matemática com a finalidade de comprovar como ocorrem os mecanismos do pensamento. Em relação a aspectos que compõem a habilidade matemática e tem promovido diversas contribuições relacionadas à identificação e caracterização sobre o processo de aprendizagem em Matemática e como esses conhecimentos são apropriados.

Nos últimos anos tem crescido a preocupação da Educação Matemática com os processos de ensino e aprendizagem, no que se refere às discussões de "como se aprende" e de "como se ensina" Matemática. Diversas propostas e teorias surgem como forma de possibilitar melhorias nos processos de ensino e aprendizagem. Desde a primeira metade do século XX, o campo da Psicologia com estudos vem fornecendo resultados consistentes sobre o desenvolvimento cognitivo individual, em relação à aprendizagem e de princípios.

Entretanto, a psicologia da Educação Matemática é campo do conhecimento que faz a interseção da psicologia, da educação e da matemática com importantes contribuições científicas de sustentação consistentes no sentido de explicitar fatores psicológicos – cognitivos, afetivos e comportamentais - que influenciam o desenvolvimento do indivíduo e sua conseqüente na psicologia educacional e no campo fértil da didática e metodologias de ensino em Matemática para melhor se conhecer o ensinar/aprender matemática voltando para os processos psicológicos, uma vez que a Psicologia é a ciência capaz de explicar e fundamentar constructos, referente a habilidade matemática.

Com base nesses aspectos, o corpus da pesquisa vislumbra os referenciais de Vadim Andreevich Krutetskii (1917-1989), psicólogo russo na década de 1950 e suas contribuições, não só para a psicologia, mas também para a Educação Matemática.

As ideias desenvolvidas por Vadim Andreevich Krutetskii, presentes no ensino e aprendizagem de Matemática, desencadearam as questões norteadoras: o que são habilidades matemáticas? Como se desenvolvem, organizam-se e se estruturam estas habilidades?

Como mecanismo de investigação adotou-se a abordagem da meta-análise, o que para Pereira *et al.* (2019, p. 5), de acordo com Schmidt e Hunter (2014, p. 85), é uma técnica

A teoria das habilidades cognitivas

de cruzamento de evidências (termos, variáveis, nomes, palavras-chave, argumentos e outros) que proporcionam a associação rigorosa dos estudos anteriores sobre uma temática específica, permitindo avaliar o efeito global das pesquisas realizadas, tendo-se uma oportunidade para acumular o conhecimento gerado sobre uma determinada área do conhecimento.

Desse modo, Brei, Vieira e Matos explicam que,

[...] não se trata somente de uma técnica de análise que viabiliza e possibilita a revisão da literatura utilizando uma metodologia rigorosa, mas também de uma abordagem que instrumentaliza e integra novas áreas de conhecimento que não seriam executáveis de maneira individual pelas pesquisas, além de propor questões nunca abordadas anteriormente e de forma isolada, em nenhum dos estudos e responder a elas (BREI; VIEIRA; MATOS, 2014, p. 97).

Durante a pesquisa foi realizado um corte temporal no período de 1995 a 2019. Um recorte maior pela ausência de pesquisas com o tema proposto, assim permitindo uma verificação mais detalhada da estrutura da área investigada, possibilitando uma análise bibliométrica por meio das Dissertações e Teses do banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), espaço que se encontram as produções produzidas dos programas de pós-graduação *stricto sensu* de universidades públicas e privadas do Brasil, e diversas produções acadêmicas e científicas em nível nacional e internacional, que permitiu uma verificação mais detalhada sobre o tema investigado. Definiu-se a palavra-chave “ Habilidades Matemáticas”, como critério para a busca dos trabalhos acadêmicos, sendo realizada leitura flutuante estabelecendo contato com os documentos a analisar em conhecer os textos deixando-se invadir por impressões e orientações.

Para Ribeiro(2017) que menciona sobre análise bibliométrica,

[...] como uma fonte de estudo que emprega procedimentos específicos por meio dos quais se consegue identificar a amplitude de temas ainda pouco explorados, fornece informações sobre o crescimento da literatura e o fluxo de conhecimento dentro de um campo específico durante um período de tempo, analisando as informações coletadas em bases de dados, como citações, autores, e acoplamento bibliográfico usando citações palavras-chave, ou a variedade de periódicos consultados (RIBEIRO, 2017, p.393-394).

Assim, pôde-se alcançar um cenário peculiar da pesquisa em Educação Matemática e áreas correlatas efetuada no Brasil, sem a utilização de categorias pré-estabelecidas. Sendo

adquiridas informações provenientes dos próprios trabalhos que, mediante a análise hermenêutica de textos, permitiram a compreensão do objeto de pesquisa em tela.

2. Vadim Andreevich Krutetskii: Prenúncios da Teoria das Habilidades

Durante esta pesquisa, observou-se poucas informações da autobiografia de Vadim Andreyevich Krutetsky, suas produções, o que nos levou a reuni-las em um pequeno registro. Nascido em dezembro de 1917, Krutetsky obteve licenciatura em Geografia Econômica da Universidade Estadual de Moscou em 1941. Completou o seu Ph.D. em 1950 da Academia de Ciências Pedagógicas da URSS, também em Moscou, onde permaneceu pelo período de 30 anos, tornando-se vice-diretor do Instituto de Pesquisa de Psicologia Geral e Educacional. O estudo em tela fundamenta-se nos resultados da teoria de Krutetskii divulgadas em 1968, na ex - União Soviética, atual Rússia, com tradução em 1976 pelos americanos Kilpatrick e Wirszup, com o título *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*.

Ao lado de uma equipe formada por uma equipe de 50 estudiosos, Krutetskii desenvolveu pesquisas no período que se estendeu por 11 anos (de 1955 a 1966), com 201 (duzentos um) jovens estudantes russos, cujas idades variaram de seis e dezesseis anos. O objetivo foi identificar e classificar diferentes habilidades matemáticas, o que poderia definir um estudante com talento em Matemática. No limiar desses estudos buscou compreender como estimular o desenvolvimento de tais habilidades, tipos cognitivos, caracterizando assim, o talento matemático de acordo com aspectos psicológicos, um conjunto de conhecimentos que o levaram a publicar sua obra em 1968, em alemão, organizada em 431 páginas divididas em 18 capítulos.

Wielewski (2005), em sua tese de doutorado, cita a obra de Krutetskii (1976) e que o autor baseou e comparou suas pesquisas com as de outros psicólogos soviéticos, em relação a habilidades e, em específico às habilidades matemáticas. Destaca-se ainda que esses estudos foram iniciadas nas primeiras décadas do século XX, que Wielewski (2005, p. 29-30), faz referência a alguns autores e pesquisadores que fundamentam seu estudo, dos quais não foi possível acesso as obras como Mordukhai-Boltovskii (1908), e autores contemporâneos de Krutetskii como Teplov (1940, 1941, 1948, 1961), Rubinstein (1940, 1955, 1957, 1959, 1960), Anan'ev (1956, 1962).

Sob a ótica da obra Teoria Geral de Habilidade de Krutetskii (1976), Wielewski (2005), elucida que

[...] os trabalhos dos alemães Marx (1955 e 1956) e Engels (1956) que tratavam da natureza sócioistórica da habilidade humana. Psicólogos soviéticos defendiam a posição de que uma parte decisiva no desenvolvimento de habilidades está vinculada aos princípios sócioistóricos. Como consequência dessa posição, determinaram que o estudo de habilidades deveria ser efetivado pela observação da atividade do sujeito (WIELEWSKI, 2005, p.29).

Em meio a esses pressupostos teóricos da pesquisa de Wielewski (2005) percebe-se que as citações e referenciais se aproximam de outros pesquisadores russos, como: Leontiev (1954), Talyzina (1957, 1960), Galperin (1954, 1957, 1959, 1960), ambos colaboradores de Lev Vygostky que no Instituto de Psicologia de Moscou, com seus experimentos e teorias defendiam também a posição do desenvolvimento de habilidades vinculada aos princípios sócio-históricos. Essa aproximação dos colaboradores de Lev Vygostky, eminente fundador da Teoria Histórico-Cultural com seus desdobramentos, constitui-se um dos fatores determinantes para que os estudos das habilidades fossem efetivados pela observação da atividade do sujeito.

A teoria de Vygotsky e colaboradores enfatizam a natureza social do homem e sua interação no seu meio, através da qual ocorre a apropriação de conhecimentos, assim como acontece no processo de aprendizagem em sala de aula com professor e estudante, e com o estudante se seus pares. Quanto maior for a interação, melhor será o aprendizado. Conforme evidencia Vygotsky (1987, p. 75), que “[...] O sujeito desenvolve o conhecimento no exato momento em que se dá essa interação, sendo objeto desse conhecimento, produto histórico social”. Analisar o conhecimento prévio de um estudante, a interação social com o meio, os objetos de aprendizagem, são fatores determinantes para o desenvolvimento cognitivo, desconsiderar o meio social falsearia os ensinamentos de Vygotsky, e de qualquer pesquisa.

Desse modo, com os ancores da Teoria Histórico Cultural e seus desdobramentos nos leva a embrenhar nos conceitos e apropriações de “Habilidades”, termo utilizado nas pesquisas soviéticas e nas obras de Krutetskii (1976), a definiu como “[...] características psicológicas individuais que possibilitam a uma pessoa realizar determinada atividade com sucesso”, enquanto o conceito de habilidade refere-se “[...] às esferas sensorial, cognitiva e motora”, conforme destaca Wielewski (2005, p.32).

Na análise a pesquisa de Georgion (2010, p. 28), são aprofundados elementos da Teoria Histórico-Cultural ao preceituar que a atividade “[...] é um conceito-chave dentro do materialismo histórico dialético e a relação dialética entre a prática sensorial e o ser humano é a origem do desenvolvimento histórico social do homem, como espécie e como

indivíduo”.

Nessa conjectura Giorgion (2010, p. 29), aponta que a “Teoria de Krutetskii evidencia o fato das habilidades serem aspectos de diversidades individuais, uma vez que os sujeitos possuem diferentes potenciais para desenvolverem atividades”. Ainda segundo Giorgion (2010, p. 29) cita em seu trabalho acadêmico que Krutetskii acreditava que “[...] os sujeitos eram capazes de realizar tarefas, mas as capacidades envolvidas ocorriam em níveis diferentes. Logo entende-se pelas prerrogativas de Giorgion (2010, p. 29) que os sujeitos em diferentes faixas etárias e contextos sociais apresentavam maior ou menor capacidade para diferentes atividades.

Considerando-se os pressupostos de Giorgion (2010) e Wielewski (2005), baseados na obra de Krutetskii, se as habilidades estiverem relacionadas às diversidades individuais de cada sujeito, elas podem ser analisadas de acordo com as diferenças individuais identificadas em determinada atividade e comparando aqueles que apresentam um desempenho satisfatório em uma atividade (denominados capazes) com aqueles que apresentam um desempenho insatisfatório na mesma atividade (denominados incapazes ou menos capazes).

Na pesquisa de García (1995), confirmam que,

[...] o estudo de Krutetskii está na crença da existência de diferenças individuais geradas pela presença de pré-condições inatas, fator que destoava das demais pesquisas soviéticas da época. Assim, mesmo em condições sócio-históricas semelhantes, os indivíduos apresentavam diferenças qualitativas e quantitativas na realização de atividades específicas (GARCÍA, 1995, p.227).

O referido autor complementa seu pensamento afirmando que se trata de um “[...] fenômeno interno, composto por múltiplos componentes e todos os indivíduos saudáveis possuem algum tipo de habilidade” (GARCIA, 1995, p. 227). Compreende-se, então, que a escola deveria se empenhar no desenvolvimento máximo de habilidades de seus estudantes, pois somente alguns alcançariam resultados em excelência devido a determinados fatores biológicos pré-existent.

Segundo Souza, (2011, p.1), habilidades são complexas estruturas mentais que sintetizam tanto propriedades quanto qualidades da mente, além de incluir “[...] diversos aspectos desenvolvidos durante a execução adequada de uma atividade.” Configuram-se em seu todo formado por fatores que atuam conjuntamente, por serem componentes que interagem na composição de uma única estrutura compreendida como constructos

psicológicos complexos.

Por sua vez, Alvarenga (2017, p.54) em sua pesquisa conceitua habilidades com base na obra de Krutetskii (1976, p.60), "[...] as habilidades são sempre o resultado de desenvolvimento. São formadas e desenvolvidas em vida, durante atividade, ensino e treino". Ainda Alvarenga (2017, p.54), que cita Krutetskii (1976, p.60), todos os alunos têm habilidades de resolver problemas, embora alguns sejam mais desenvolvidos do que outros. Segundo o psicólogo russo, são características psicológicas individuais que capacitam os sujeitos para desempenhar uma tarefa rapidamente e bem.

Melo e Silva (2014, p.01-02) mencionam que Krutetskii (1976) concluiu em suas pesquisas que “[...] as habilidades não nascem com os indivíduos, ao contrário, as mesmas são desenvolvidas durante a sua vida e, mais ainda, as habilidades apresentadas pelo indivíduo não possuem o mesmo nível e, se isso ocorresse, não teria sentido discutir habilidades.” Ou seja, na obra de Krutetskii (1976), que é citada por Spaletta (1998, p.07), “[...] as habilidades, estão intimamente ligados as diferenças individuais, sendo algo particular”.

3. Krutetskii: Habilidades e Estruturas mentais para aprender Matemática

Nota-se que os estudos das habilidades matemáticas acercam do encontro, da Psicologia e a Educação Matemática; visto que Psicologia contribui na ampliação do conhecimento no que se refere aos processos de desenvolvimento e aprendizagem dessas habilidades. Na mesma direção a Educação permeia pela promoção de situações e ações que sejam mediadoras, no desenvolvimento e aprendizagem nesse processo.

Wielewski (2005, p.32) em sua tese de doutoramento, exprime as ideias de Krutetskii (1976), para definir habilidade em Matemática como sendo “[...] as características psicológicas individuais (principalmente da atividade mental) que respondem às exigências de atividade matemática escolar e que influenciam o sucesso no domínio criativo da Matemática”. Essa concepção sobre habilidades matemáticas pode ser entendida como o domínio do aluno sobre a matemática escolar e ao mesmo tempo sendo uma síntese do campo teórico da Matemática.

A Matemática Conforme Chevallard *et al.* (2001, p.25) “[...] não pode ser somente algo que se aprende e que se ensina, ela também serve para resolver problemas e situações da sociedade”. Tomando por base o viés dos autores propõem que não se deve restringir os significados e temas da Matemática na relação ensino- aprendizagem dentro das escolas, sem considerá-la em sua extensão e importância.

Em face ao apontamento de Chevallard *et al* (2001, p.25), a compreensão posta que a Matemática não foi feita para ser ensinada. Esse reducionismo, e restrições em referência a Matemática e ao ensino de Matemática causa nos estudantes apatia e ao mesmo tempo desenvolvendo uma relação descomprometida com os processos educativos. A ausência de compromisso, apatia e outros sentimentos que se desenvolvem no estudante em relação à Matemática, quando é colocado diante de um problema ele não se compromete com a resolução desse problema, não conseguindo raciocinar matematicamente.

Na pesquisa de Wielewski (2005), com aporte teórico de Krutetskii (1976, p. 74), estabelece o conceito de habilidade matemática,

1) Habilidades são sempre habilidades para uma categoria definida de atividade. 2) Habilidade é um conceito dinâmico. Ela não somente se manifesta e existe na atividade matemática, mas é criada e desenvolvida nela. 3) Habilidades podem ser transitórias ou provisórias. 4) Progresso em atividade matemática depende de um conjunto de habilidades e não de uma habilidade considerada separadamente. 5) Bom desempenho em atividade matemática pode estar condicionado por diferentes combinações de habilidades. 6) A relativa fraqueza de uma habilidade pode ser compensada por outra habilidade, e assim, o desempenho próspero da atividade não é descartado (WIELEWSKI, 2005, p. 17).

Nos escritos de Georgion (2010), Meira (2016), Wielewski (2005), que analisaram a obra de Krutetskii (1976) afirmam que “[...] uma atividade em Matemática bem sucedida em Matemática não depende de uma única habilidade, ou isolada ou fragmentada”. O conjunto de habilidades específicas para a aprendizagem em Matemática, ou seja, conjunto de funções cognitivas que são coordenadas pela parte frontal do cérebro, o córtex pré-frontal, constituindo-se assim o funcionamento do sistema cognitivo.

Para Wielewski (2005, p. 17), assevera que nas pesquisas e observações de Krutetskii, que há “diferenças cognitivas em em cada sujeito, o que passa a ser priorizado é o estudo da estrutura e formação de habilidades matemáticas, observando estudantes considerados matematicamente talentosos”. O que podem indicar dados qualitativos referente aos diferentes componentes de habilidades e de como eles se interagem no processo de ensino e aprendizagem, logo colaborando com pedagogos e pesquisadores da Educação Matemática a repensem a sua confiança em testes como indicadores de habilidade, prática pedagógica, buscando alternativas metodológicas mais eficientes para avaliar processos de pensamentos matemáticos.

Reiteramos que as funções executivas são habilidades cognitivas. São competências

A teoria das habilidades cognitivas

e aptidões essenciais para o indivíduo realizar uma atividade em Matemática atingindo seu objetivo. Dessa forma Wielewski (2005, p. 17) complementa que “[...] as funções executivas são responsáveis pelo planejamento, tomadas de decisão, monitoramento, manipulação e execução de uma tarefa, possibilitando ao indivíduo encontrar respostas para um problema a partir de conhecimentos e experiências armazenadas na memória”.

Nesse estudo destaca-se também a importância de reflexões sobre o que professor que ensina Matemática entende sobre o conhecimento matemático, linguagem matemática, alfabetização matemática, sobre o ensinar e o aprender matemática, a didática e metodologias em matemática, no que faz referência diretamente e indiretamente às habilidades matemáticas, tomando como base a teoria de Krutetskii e as habilidades matemáticas durante o percurso escolar do estudante que envolvem a percepção, atenção, memória, imaginação e pensamento, relacionando-os integralmente aos fatores sensoriais, cognitivos e motores, que promovem a aprendizagem.

De acordo com Krutetskii (1976, p. 75), citado na pesquisa de Dobarro (2007), no qual estabelece as habilidade para aprender Matemática como aspectos psicológicos individuais, relevando, primeiramente, a característica da atividade mental respondendo aos quesitos das atividades matemáticas escolares e que a influencia,

[...] sendo todas as outras condições equivalentes, o sucesso no domínio criativo da Matemática como um assunto escolar – em particular, uma relativa rapidez, facilidade e domínio profundo do conhecimento, destrezas e hábitos em Matemática (DOBARRO, 2007, p. 09).

Dobarro (2007, p.09) e García (1995, p.69), referencia as observações e pesquisas Krutetskii (1976) a presença de hipóteses sobre os componentes da habilidade Matemática, e os diferentes processos de pensamento matemático ou possíveis desdobramentos, e asseveram que o autor russo elaborou 79 testes em 26 séries, conjugando atividades algébricas, aritméticas e geométricas relativas aos diferentes aspectos que compõem as referidas habilidades. Os autores buscavam compreender esses processos de desenvolvimento entre estudantes de diversas faixas etárias e séries, designados pelos grupos de muito capazes, capazes, médios e incapazes, uma análise quantitativa e qualitativa do desempenho dos sujeitos, utilizando a análise fatorial.

A análise fatorial é conceituada por Pereira *et al.* (2019, p.3) como “[...] um método de diversas variáveis, sendo possível descrever com detalhes a variabilidade entre variáveis correlacionadas.” Os primeiros trabalhos utilizados nessa modalidade analítica foram os de Charles Spearman e Karl Pearson, em 1904, cuja proposição foi que diferentes

testes de habilidade mental em matemática, verbais e de raciocínio lógico, poderiam ser explicados por um fator comum de inteligência.

Em face da análise fatorial para identificação dos componentes básicos de habilidades matemáticas requeridas durante as etapas da solução de problemas, Krutetski utilizou-se das seguintes proposições:

1. Uma habilidade é voltada para uma atividade específica e deve manifestar-se nas atividades matemáticas;
2. Uma habilidade é um conceito dinâmico, pois está em constante desenvolvimento;
3. São formadas e desenvolvidas durante a realização de atividades adequadas;
4. Há períodos mais favoráveis ao desenvolvimento das habilidades, e estes podem ser provisórios ou transitórios;
5. O progresso na habilidade e o sucesso na execução de uma atividade dependem de um conjunto de habilidades;
6. A alta realização em uma atividade estaria condicionada a diferentes combinações de habilidades;
7. A deficiência em uma habilidade é compensada pelo sucesso em outra, dentro de algum limite (PEREIRA *et al.*, 2019, p.3).

Diante das observações e notas de Krutetskii (1976), houve uma extensão evolutiva para definição de habilidade matemática que foram fatores decisivos para determinar a estrutura ou as várias categorias de estruturas, ou seja, que as habilidades devem ser tratadas como estruturas complexas da mente, que inserem diversos aspectos desenvolvidos durante a realização de uma atividade em Matemática.

A compreensão que ora apresenta para o desenvolvimento e apropriação de habilidades Matemáticas, devem ser consideradas as características individuais que possibilitam cada estudante realizar determinada tarefa/atividade, isto é, não há um estudante igual ao outro, mesmo com a mesma idade cronológica e na mesma série/ciclo escolar. As habilidades individuais são distintas, o que significa também que cada estudante avança em seu próprio ritmo e estilo de aprendizagem.

Conforme explica Brito (2001), mesmo com todas as pesquisas desde o início do século XX até o início do século XXI, não há um consenso entre os psicólogos soviéticos e americanos sobre quais seriam as habilidades matemáticas básicas entre as diversas propostas apresentadas, sendo a mais aceita pelos educadores matemáticos e descrita nos trabalhos acadêmicos pesquisados, tem como referência a Teoria de Krutetskii.

Nesse encaminhamento García (1992, p.69), Giorgion (2010, p.59) e Wielewski (2010, p.12), fazem referência a obra de Krutetskii (1976, o. 350) na versão traduzida em inglês, a existência de um capítulo é intitulado “*A Psicologia das habilidades matemáticas de estudantes*”, aponta que diferentes fatores que assinalam a existência de um conjunto de componentes/categorias que estariam presentes nas habilidades matemáticas em cada sujeito, são postulados em três estágios correspondentes a uma ou a várias habilidades matemáticas expressas em: Percepção, Generalização, Lógica e Raciocínio, Flexibilidade, Pensamento Reversível, Analítico-Sintética, Memória matemática e Conceitos Espaciais, explícitas da seguinte maneira:

- 1. Obtenção da informação matemática** - se refere à habilidade para formalizar a percepção do material matemático e para compreender a estrutura formal do problema;
- 2. Processamento da informação matemática que se refere às seguintes habilidades:**
 - Habilidade para pensar logicamente (relações espaciais e quantitativas, símbolos alfabéticos e matemáticos),
 - Habilidade para generalizar o material matemático, para “resumir” os processos matemáticos e os sistemas de operações,
 - Habilidade para pensar por meio de estruturas reduzidas e resumidas de processos matemáticos;
 - Flexibilidade dos processos mentais na atividade matemática e princípios de economia e racionalidade da solução;
 - Habilidade para uma rápida e livre reconstrução do processo mental (reversibilidade dos processos mentais no raciocínio matemático).
- 3. Retenção da informação matemática** - refere-se à existência de uma memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, tipos característicos, esquemas de argumentos e provas, métodos de resolução de problemas e princípios de abordagem).
- 4. Existência de um componente geral sintético** - que está ligado à existência de tipo de “mente” matemática.

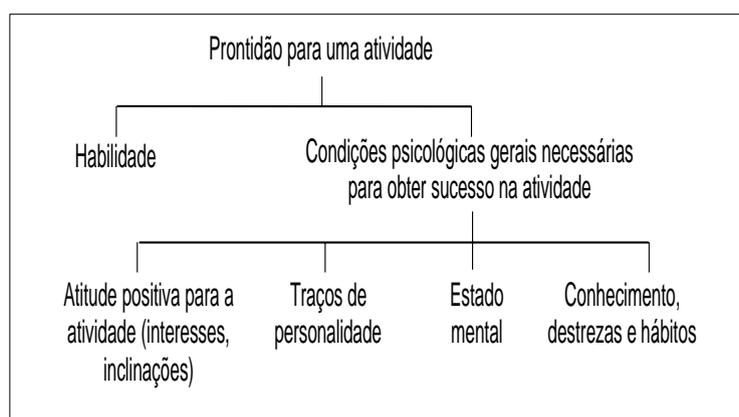
De forma bastante clara Alves (1999) e Cazorla (2002) que conformam com (Krutetskii, 1976)

[...] a estrutura complexa de componentes relacionados aos estágios da atividade mental em idade escolar, durante a solução de um determinado problema matemático, requer, para tanto, diversos processos cognitivos para que o

estudante possa ter sucesso na atividade (ALVES, 1999, p.29; CAZORLA, 2002, p. 140).

Esses componentes combinam-se de diversas formas, construindo diferentes habilidades matemáticas, de modo geral, a estrutura didática da aula de Matemática, o discurso pedagógico do professor tende a influenciar diretamente. As convergências sobre a atividade do sujeito defendida por Vygotsky (1991), segundo Giorgion (2010, p.29), é mencionada na obra de Krutetskii (1976), a qual “[...] estabeleceu uma relação entre prontidão, habilidades e condições psicológicas gerais para a realização de uma atividade”. A Figura 1, a seguir, trata-se de um esquema na obra de Krutetskii (1976, p.74) e que foi assim adaptada por Wielewski (2005, p.32):

Figura 1-Estrutura da prontidão para uma atividade



Fonte: Wielewski (2005, p.32), adaptado de Krutetskii (1976, p.74).

Ainda buscando compreensões sobre o que vem a ser o estado de prontidão utilizado por Krutetskii (1976), recorreu-se aos estudos de Maia *et al.* (2017, p. 188), que esclarecia que se trata do “[...] conjunto de condições psíquicas que permitem realizar uma atividade com sucesso”. O autor complementa que as condições psíquicas referem-se à:

- atitude ativa e positiva para realizar uma atividade ;
- interesse e inclinação para estudar seu conteúdo;
- traços de caráter que incluem diligência, autodisciplina, independência, clareza de propósito, persistência, bem como estabilidade emocional;
- um estado mental positivo;
- um conjunto definido de conhecimentos, habilidades e hábitos; habilidade individual (Maia *et al.* 2017, p. 188).

Nessa mesma linha, Giorgion (2010) argumenta que,

[...] uma pessoa está em estado de prontidão, com facilidade para desempenhar certa atividade, quando possui alguns fatores favoráveis ao desenvolvimento dessa atividade, como: *habilidades* para cumprir a atividade e *condições psicológicas* necessárias à execução da atividade com sucesso. As condições psicológicas podem ser uma atitude positiva para a atividade, traços de personalidade, estado mental, conhecimento, destrezas e hábitos (GIORGION, 2010, p.29).

A relação entre prontidão, habilidades e condições psicológicas, ensino, aprendizagem e desempenho no desenvolvimento das habilidades matemáticas é complexa, porém presente, embora Spalletta (1998) tenha um parecer divergente. Para esse autor, o desenvolvimento das habilidades não é condicionado às estratégias metodológicas de ensino utilizadas por professores, considerando-se que “[...] alunos submetidos à mesma metodologia de ensino, apresentam habilidades e níveis de habilidades diferentes” (SPALLETTA, 1998, p.08).

É possível refletir sob a perspectiva de Spalletta que os estudantes apresentam idade cronológica e condições psicológicas e cognitivas diferentes, assim como habilidades em determinado período escolar. Para exemplificar essa concepção, pode-se afirmar que estudantes de mesma turma não terão as mesmas habilidades, independente de estarem na mesma série/ano e faixa etária. Esses temas já são tratados de forma ampla dentro da psicologia cognitiva e da psicologia evolutiva.

Tal reflexão se torna prudente e para ampliar as discussões recorre-se aos postulados do psicólogo Howard Gardner na década de 90 - Teoria das Inteligências Múltiplas, ao contemplar que cada indivíduo possui um número de faculdades mentais relativas, haja vista que “[...] que as inteligências se manifestam de maneiras diferentes, em níveis desenvolvimentais diferentes” (GARDNER, 2012, p. 11). O autor acredita que a inteligência pode ser abordada sob vários aspectos e que os indivíduos possuem diferentes tipos de mente e, assim, apresentam diversidade de inteligências.

Nesse encaminhamento, a Teoria de Gardner ressalta como parâmetro que, cada indivíduo é único, ou seja, tem faculdades mentais e inteligências próprias. As formulações de Gardner a respeito das inteligências múltiplas são relevantes para o espaço escolar de tanto de forma geral quanto particular, isto é, promovendo o desenvolvimento de atividades didáticas e metodológicas que colaboram com o processo de ensino-aprendizagem, respeitando, de certa forma, a individualidade e capacidade de cada estudante.

Completando ainda algumas características e pressupostos da teoria de Gardner e Krutetskii (1976), são apresentados nos estudos desenvolvidos por Armstrong (1995, p.14), em sua obra - *Inteligências Múltiplas na sala de aula*, explicita sobre a inteligência lógico-matemática que “[...] consiste na capacidade de usar os números de forma efetiva e para raciocinar bem. Incluindo sensibilidade a padrões e relacionamentos lógicos, afirmações e proposições, funções e outras abstrações relacionadas”. Percebe-se que dentre os processos utilizados para análise e interpretação da inteligência lógico-matemática estabelecida por Gardner (1995, p. 24) e Armstrong (1995, p.14), são: categorização, classificação, inferência, generalização, cálculo e testagem de hipóteses, são quase semelhantes indiretamente e ora diretamente aos postulados de Krutetskii.

Em relação à inteligência lógico-matemática, posicionam-se também Brennan e Vasconcelos (2005, p.30), aludindo é um tipo de inteligência manifestada na capacidade que o ser humano possui de “[...] guardar, na sua memória, informações de representações de quantidade e de aplicar essas informações no cotidiano, resolvendo problemas.”

Assim, Spalletta (1998, p. 7-8) corrobora Krutetskii (1976), enfatizando que “[...] os resultados distintos em avaliações, testes, atividades diversas em sala de aula que são constantes, explicam as diferenças individuais de cada sujeito.” Tal afirmação leva-nos a conjecturar que as metodologias de ensino adotadas pelo professor e a dinâmica do planejamento pedagógico não são suficientes para suprimir as diferenças individuais dos estudantes.

Para Oliveira (2009), as práticas pedagógicas adotadas no ensino da Matemática, de maneira geral, ignoram as individualidades dos alunos e priorizam uma organização curricular pensada a partir de um aluno padrão. No lugar de valorizar as diferentes formas de pensar, estimulando o pensamento divergente e a criatividade, as práticas utilizadas predominantemente pelos professores enfatizam o desenvolvimento do pensamento convergente com o intuito de conduzir os estudantes a pensarem de forma padronizada.

Ainda, segundo Oliveira (2009), o que o professor apreendeu durante a formação inicial, continuada e em sua prática pedagógica de métodos, metodologias de ensino, recursos e materiais pedagógicos utilizados em determinado momento em sala de aula, para explicitar um objeto de aprendizagem, não lhe permitirão dimensionar e redimensionar sempre a aprendizagem, pois é impossível igualar todos os estudantes em um alto nível de desenvolvimento de habilidades.

Em face ao desmembramento da Teoria Krutetskii (1976), García (1992), Giorgion

(2010) e Wielewski (2010), reiteram que todos os estudantes em uma determinada sala de aula, com mesma faixa etária, série/ano, podem possuir habilidades, mas cada um em uma determinada área e em um nível diferenciado do outro. Pode acontecer, entretanto que "[...] a relativa falta de uma habilidade pode ser compensada por outra habilidade, e assim, o desempenho próspero da atividade não é descartado pela incapacidade em uma habilidade específica" (GIORGION, 2010, p. 22).

Ao buscar aprofundamentos na pesquisa, convencionou-se a situação muito peculiar no contexto escolar, estudantes com deficiências ou distúrbios de aprendizagem, situações que podem ser contextualizadas, pois dependendo do grau de comprometimento, especialidade e outros fatores que estão imbricados em um diagnóstico pedagógico, psicopedagógico e clínico, eles não terão processos mentais cognitivos suficientes para o desenvolvimento de habilidades em Matemática.

Em se tratando de habilidades e competências cognitivas, os estudantes com deficiência terão, por via de regra, dificuldades com a linguagem e expressar, memória de curto prazo, pois não conseguem raciocinar com clareza e agilidade para o desenvolvimento das habilidades em matemática, o que possivelmente não favorecerá a compensação de uma habilidade por outra.

Em face aos argumentos dos estudiosos Giorgion (2010, p.59) e Wielewski (2010, p.12), e Maia *et al.* (2017, p. 188), fundamentados na obra de Krutetskii (1976, p. 350), em relação ausência de condições psíquicas do indivíduo, irá incidir-se-á diretamente nos estágios que correspondem a uma ou várias habilidades matemáticas já citadas como: Percepção, Generalização, Lógica e Raciocínio, Flexibilidade, Pensamento Reversível, Analítico-Sintético, Memória matemática e Conceitos Espaciais, não ocorrendo, portanto, a aprendizagem em Matemática.

A presença ou ausência de habilidades em Matemática podem ser percebidas através de diversas atividades e diagnósticos clínicos e pedagógicos que apresentem características do pensamento matemático, por exemplo: pensamento aritmético, pensamento geométrico, pensamento algébrico, pensamento estatístico e uma série de mecanismos ou processos mentais durante a realização de atividades. Na mesma sequência Dobarro (2007, p.09), que cita Krutetskii (1976, p.75), completa que podem "[...]ser identificadas as destrezas, os hábitos, e conhecimentos prévios".

De acordo com esses fatores, a abordagem da escuta, o olhar, o diagnóstico requerem que o professor que ensina Matemática de analisarem não só de pré-requisitos de série/idade, mas também as condições, o conjugado de características cognitivas que

abrangem a percepção, o pensamento, a memória, e como utiliza-se do conhecimento para desenvolver distintas funções cognitivas como: falar, raciocinar, resolver situações-problema, memorizar, que permitam ao estudante, propriedades e autonomia para encaminhamentos pedagógicos visando a resolução de determinada atividade em Matemática.

Sob o enfoque cognitivo, das funções cognitivas Ghedin (2012) afirma que,

[...] O sistema cognitivo humano tem uma dinâmica própria. Baseada em alguns processos de atenção, motivação, memória e esquecimento, que não podem ser reduzidos a sua dimensão social, embora estejam radicalmente relacionados no processo histórico da evolução humana. Por mais mediação social que haja, o aprendiz deve exercer determinadas atividades ou processos mentais para mudar seu conhecimento ou adquirir novas habilidades (GHEDIN, 2012, p. 34-35).

De modo geral com as contribuições da Teoria de Krutetskii (1976), apresentados por Brito (2005), García (1995), Spaletta (1998), Giorgion (2010), Wielewski (2005), ao definir os estudantes como muito capazes, capazes, médios e pouco capazes em Matemática, indicam “[...] a existência de diferenças individuais faz parte do indivíduo desde o seu nascimento, mesmo em condições socio-históricas semelhantes ou diferentes”. Os autores ainda são enfáticos ao explicitar que “[...] os indivíduos apresentam diferenças qualitativas e quantitativas na realização de atividades específicas nas atividades matemáticas”.

Acrescenta-se que o objeto de estudo “habilidades em Matemática”, não está restrito às discussões dessa pesquisa, podendo ser ampliado no espaço escolar com encaminhamentos pedagógicos, observações de características psicológicas e cognitivas podendo identificar e caracterizar diversas outras habilidades presentes no percurso escolar do estudante em diferentes idades, série/ano, associadas aos conhecimentos prévios e as condições socio-históricas em que o estudante está inserido.

O professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em seu planejamento das atividades pode mobilizar saberes, conhecimentos e habilidades matemáticas associados ao objeto de aprendizagem que está sendo apresentado em sala de aula. Assim para Dobarro (2007, p.15) leciona algumas conjunturas que o professor pode trabalhar o desenvolvimento das habilidades em matemática:

1. Professores devem identificar os estudantes matematicamente habilidosos, por meio de um trabalho qualitativo;

2. Os professores devem selecionar materiais desafiadores apropriados;
3. As interações professor-aluno devem permitir o reconhecimento e a promoção das características matemáticas dos pensamentos das crianças;
4. Sejam constantemente oferecidas oportunidades aos estudantes habilidosos, a fim de promover cada vez mais o desenvolvimento da habilidade matemática.

Na mesma direção Dobarro (2007, p. 19) apoiado em Krutetskii (1976, p. 313), explicita que “[...] a existência de diferentes tipos de arranjos matemáticos da mente é consequência não apenas das diferenças psicológicas típicas e individuais entre as pessoas, mas também de diferentes exigências feitas pelos diferentes ramos da Matemática”. A afirmação de Dobarro (2007, p.19), reporta à discussão da dimensionalidade das unidades temáticas do ensino de Matemática (Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra, Probabilidade e Estatística) que o trabalho pedagógico do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental para lidar com o desenvolvimento das habilidades matemática, devem contemplar: discurso pedagógico que o professor possui para as observações, inferências e resultados quanto ao desenvolvimento de tais habilidades, linguagem matemática, alfabetização matemática, motivação e a criatividade em Matemática, a natureza das atividades/tarefas matemáticas colocadas aos estudantes.

Dada essa dimensionalidade, é oportuno levar em consideração a complexidade das unidades temáticas do mais simples ao mais complexo, bem como as possíveis conexões entre os conhecimentos matemáticos e o tempo de aprendizagem do estudante. Em síntese, há correlação entre os componentes citados permitindo diferentes desempenhos por parte dos estudantes em atividades matemáticas, que segundo a teoria de Krutetskii (1976) o desempenho do sujeito será considerado muito capaz, médio ou menos capaz.

Em relação ao trabalho pedagógico em sala de aula no que concerne ao desenvolvimento de habilidades e competências cognitivas em Matemática, Pirola e Brito (2001) advertem que:

[...] o ensino de conceitos na maior parte das escolas tem se firmado na apresentação de regras, definições e fórmulas, desvinculando-os, também, de outros conceitos, priorizando-se o conhecimento de procedimento, em detrimento do conhecimento declarativo (PIROLA; BRITO, 2001, p. 86).

Nesse sentido os autores explicitam que o trabalho pedagógico do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, não pode ser subsidiado por

conceitos, princípios (regras, normas padronizadas axiomas) com sequências tipo passo a passo para resolver problemas, envolvendo conceitos, não sendo altamente suficientes para que os estudantes se apropriem de conhecimentos matemáticos, pois precisam raciocinar com precisão e usar suas estruturas mentais relativas à aprendizagem para alcançarem um bom desempenho em suas atividades.

Para a apropriação de um conceito, Brito (1996, p. 74), leciona que a discussão e planejamento pedagógico são amplos, pois devem envolver a aquisição de diferentes níveis desse conceito a ser trabalhado e essa aprendizagem. Assim a autora, evidencia alguns elementos básicos que o professor que ensina matemática deve nortear para iniciar uma abordagem com conceitos:

- 1) o padrão de maturidade do aluno;
- 2) as características do conceito a ser ensinado e aprendido em situação de aprendizagem escolar;
- 3) a realidade em que o aluno e o conceito se inserem.

Para a aprendizagem de novos conceitos, generalizações, conhecimentos e habilidades matemáticas implicam a assimilação de ações mentais pertinentes e organizadas ativamente. O que de início assumem formas de ações externas organizada em colaboração, mediação, com objetos de aprendizagem pré definidos, planejados, material concreto e simbólicos e, posteriormente, são internalizadas, ou seja, transformadas em ações mentais internas, seguindo-se o processo teorizado por Vygotsky e Leontiev, cujos resultados os autores denominaram de mecanismos de interiorização de ações externas.

Alves (1999, p.4), Pirola (2000, p.133) e Quintiliano (2011, p.85) asseguram que o ensino de Matemática, professores tem priorizado um ensino tecnicista, em uma sequência de passo a passos sem vinculação com conceitos, por meio de aulas expositivas, seguidas de exercícios repetitivos que são resolvidos utilizando-se do mesmo raciocínio para todos estudantes, de forma que não são provocados a raciocinar, habituando assim a resolverem problemas apenas mecanicamente sem questionamento e raciocínio matemático. Os alunos memorizam resultados que não estimulam questionamentos tão importantes na solução de problemas matemáticos, pois induzem ao raciocínio lógico, à autonomia e criatividade.

Consequentemente Pirola (2000, p.133) assevera que as repetições de “[...] algoritmos e estratégias podem levar os estudantes a desenvolverem o pensamento reprodutivo, muitas vezes, limitado e até incapacitando-os a desenvolverem novas formas

A teoria das habilidades cognitivas

de solucionar os problemas propostos”. Para Alves (1999, p.4), esse modelo de ensino ou ensinagem em Matemática “[...] pode propiciar aos estudantes a aquisição de alguns hábitos, treinamentos e conhecimentos relacionados aos conceitos e princípios abordados, pode ao mesmo tempo dificultar o desenvolvimento das habilidades matemáticas”. Os estudantes correm o risco de apropriar-se de significados ineficientes em sua realidade de vida. Logo, percebe-se pelos autores citados no corpus da pesquisa que o desenvolvimento das habilidades matemáticas que influenciam diretamente na aprendizagem .

Ainda é muito comum na educação básica na prática pedagógica de professores e diversas pesquisas empíricas no campo da Educação Matemática, indicam em seus resultados que norteiam a ideia de que o melhor estudante é o que reproduz na íntegra o que o professor ou livro didático apresentam em sala de aula. Sob esse aspecto percebe-se que não há desenvolvimento de habilidades em Matemática, ou melhor, constata-se que está desenvolvendo apenas uma habilidade, que é de repetir e reproduzir e não de raciocinar matematicamente e produzir conhecimentos matemáticos. Outro exemplo a constatar é o objeto de aprendizagem trabalhado em sala de aula seguindo a chamada “habilidade de repetir ou repetição”, passado alguns meses ou bimestres, o estudante não sabe mais o que é ou qual é objeto de aprendizagem e nem o que o vincula a outro objeto de aprendizagem, havendo assim um esquecimento.

A prática de repetição ou reprodução de objetos de aprendizagem, para o limiar do século XXI não serve mais, para pensar, raciocinar matematicamente, e clareza, rigor epistemológico e metodológico. Essas mudanças implicam em mudar relacionamentos entre concepções de professores em relação ao ensino e aprendizagem em Matemática, em específico ao desenvolvimento de habilidades e competências, em relação saber científico, motivação, criatividade incluindo também as relações, entre professores e estudantes na mediação desse conhecimento.

A Psicologia da Educação Matemática, bem como as diversas teorias das bases neurológicas e cognitivas, do desenvolvimento e aprendizagem evidenciam que o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve propiciar ao estudante o desenvolvimento do pensamento e raciocínio matemático, estabelecendo relações entre os conhecimentos matemáticos e situações cotidianas, sendo essencial que os elementos que influenciam o sucesso da atividade matemática sejam desenvolvidos.

Assim, compreende-se que as metodologias de ensino devem ter a clareza do objeto e conhecimento matemático, de certa forma, podem até serem consideradas abstratas e, como tal, pode ser desenvolvida entre quatro paredes, até mesmo em uma contação de

histórias com crianças em idade escolar, sem necessidade de manipulação de objetos. Nessa perspectiva a Psicologia da Educação Matemática, didática e metodologias de ensino de Matemática, em seus desdobramentos enfatizam que para se chegar à abstração, o caminho mais adequado é partir do concreto, “[...] pois não adianta falar em metro quadrado, se a criança não entender o que é e não tiver uma noção concreta do que se está falando” (KUMMER, 2016, p. 104).

A escola precisa oportunizar ao estudante o conhecimento matemático de maneira integral, e o professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve ter conhecimento matemático, com apropriação de procedimentos didáticos e metodológicos capazes de potencializar em sua prática pedagógica as habilidades matemáticas, sobretudo em cursos de licenciatura em Pedagogia, uma vez que é o professor responsável pela apresentação da Matemática aos estudantes desse nível escolar.

4. Considerações Finais

No corpus da pesquisa de forma expressiva, foi apresentada ideias, teorias, que reportam a Psicologia da Educação Matemática, como a representação dessa inter-relação, com contribuições significativas para a ampliação do conhecimento dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática e, sobretudo, como aportes teóricos aos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A pesquisa em tela considerou-se as dimensões teóricas de Krustestki e ideias de diferentes estudiosos sobre habilidades em Matemática, coletadas por meio de uma abordagem qualitativa utilizando a meta-análise apoiada em diversos pesquisadores, que se apoiam ao tema.

No interior da pesquisa ancorada na meta-análise foi possível organizar um sistema categorizado de habilidades matemáticas em conformidade com os fundamentos da obra de Krutetskii (1976), traduzida do russo para o inglês e denominada *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*, e da aproximação da Teoria Histórico Cultural e seus colaboradores, na perspectiva do conceito de atividade, que identifica e caracteriza as habilidades em Matemática, a estrutura das habilidades em Matemática, em específico, pelas habilidades para coletar, processar e reter na memória as informações fornecidas pelo problema ou determinada atividade em Matemática.

Diante da perspectiva do objeto de estudo há um consenso entre os pesquisadores e os fundamentos da teoria Krutetskii, baseado nos testes aplicados e resultados da

A teoria das habilidades cognitivas

aprendizagem, que nas estruturas das habilidades em Matemática, cada estudante é único e apresentam características cognitivas pessoais diferentes, ou seja, as habilidades e estrutura das habilidades de percepção, percepção espacial, representação mental e flexibilidade, habilidade de reversibilidade de pensamento, sofrem variações de indivíduo para indivíduo.

Logo, registra-se que esse estudo não teve a pretensão de obter resultados conclusivos nas variáveis investigadas, e sim de reflexões significativas, para a Educação Matemática, para o desenvolvimento do pensamento matemático, o ensino e aprendizagem de Matemática e para os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, R.C.M. **Um estudo sobre os componentes da criatividade na solução de problemas matemáticos**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Faculdade de Ciências. Bauru, 2017. Disponível: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/150672/alvarenga_rcm_dr_bauru.pdf?sequence=3. Acesso: 20 de junh.2021.

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do ensino médio**. Dissertação de Mestrado-UNICAMP, São Paulo: Campinas, 1999.

ARMSTRONG, T. **Inteligências Múltiplas na sala de aula**. 2ª ed., Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BREI, V.A.; VIEIRA, V.A., & MATOS, C.A. Meta-análise em marketing. **Remark: Revista Brasileira de Marketing**, 13(2), 84/97. doi:10.5585/remark. v13i2.2681, 2014.

BRENNAND, E.G.G.; VASCONCELOS, G.C. O Conceito de potencial múltiplo da inteligência de Howard Gardner para pensar dispositivos pedagógicos multimidiáticos. **Ciências & Cognição**. Ano 02, Vol. 05, 2005, p.19-35.

BRITO, M. R. F. **Contribuições da psicologia educacional à Educação Matemática**, 2001

BRITO, M. R. F. **Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa**. Florianópolis: Insular, 2001.

BRITO, M. R. F. **Psicologia da Educação Matemática**. Teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005.

BRITO, M. R. F. **Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1.º e 2.º graus.** Tese (Livre Docência). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo. 1996.

BRITO, M. R. F.; FINI, L. D. T.; GARCIA, V. J. N. Um Estudo Exploratório sobre as Relações entre o Raciocínio Verbal e o Raciocínio Matemático. **Proposições**, Campinas, SP, v. 5, n.1, pp. 37-44, 1994.

CAZORLA, I. M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos.** Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo. 2002. Disponível: https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/cazorla_irenemauricio_d.pdf Acesso em 10 de jun.2021.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem.** Porto Alegre: Artes Médicas. 2001.

DOBARRO, V. R. **Solução de problemas e tipos de mente matemática: relações com as atitudes e crenças de auto-eficácia.** Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.2007.

GARCIA, V.J.N. **Um estudo exploratório sobre as relações entre conceito de automatismo da teoria de processamento de informações de Sternberg e o conceito do pensamento resumido da Teoria das habilidades matemáticas de kruteskii.** Dissertação de Mestrado.Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. 1995.

GARDNER; H. **Inteligências Múltiplas: a teoria na prática.** Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GARDNER; H. **Inteligências Múltiplas: a teoria na prática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1995, reimpressão 2012.

GHEDIN, E. **Teorias Psicopedagógicas do Ensino Aprendizagem.** Boa Vista: UERR Editora, 2012.

GIORGION. R. **Habilidades presentes em alunos do ensino médio participantes em feira de ciências.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

Disponível:<https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11473/1/Rogério%20Giorgion.pdf>. Acesso em: 14 de jun. 2021.

KRUTETSKII, V. A. **The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren.** Translated from the Russian by Joan Teller. Edited by Jeremy Kilpatrick and Izaak Wirszup. USA: The University of Chicago, 1976.

MAIA, C. M.; BONATO,F. S. S.; NOVAIS, I.P.; SOUZA, M. A. V. F. KRUTETSKII: A individualidade das habilidades matemáticas. In: **SOUZA, M. A. V. F.e COMARÚ, M. W.** (Orgs.). Ensino e aprendizagem na visão de grandes pensadores. Vitória- ES. Edifes, 2017.

Disponível:https://edifes.ifes.edu.br/images/stories/Ensino_e_aprendizagem_na_vis%C3%A3o_de_grandes_pensadores.pdf. Acesso em: 10 de julh. 2021.

MELO, E.R.S.; SILVA. I.T.S. Desempenho de estudantes em cálculo diferencial e integral versus habilidades matemáticas no curso de matemática licenciatura-nfd-cao-UFPE. **Anais**. Editora Realize.com. Conedu, 2014. Disponível: http://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2014/Modalidade_1datahora_14_08_2014_14_01_24_idinscrito_5304_9135e74ea9ef2ba20b29c7638a23884e.pdf. Acesso em: 28 de julh.2021.

OLIVEIRA, G. S. **Crenças de professores dos primeiros anos do ensino fundamental sobre a prática pedagógica em Matemática**. 206 f. Tese (doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2009.

PEREIRA, A. S.; PALUDO, B.; VIEIRA, M.; CERBARO, H. Apostila Analise Fatorial. Universidade de Passo Fundo. Texto nº 02. 2019. Disponível: https://www.upf.br/_uploads/Conteudo/cepeac/textos-discussao/texto-02-2019.pdf Acesso em: 25 mai. 2021.

PEREIRA, R .S.;SANTOS, I. C.; OLIVEIRA, K.D.S.;LEÃO, N.C.A. Metanálise como instrumento de pesquisa: uma revisão sistemática dos estudos bibliométricos em administração.Revista de Administração Mackenzie.2019. Disponível: <https://www.scielo.br/j/ram/a/WLb3HLHPs3KyTX9rrVDjdTd/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em 25 de mai. 2021.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. 245f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Educação, UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.

PIROLA, N. A.; BRITO, M. R. F. A formação dos conceitos de triângulo e de paralelogramo em alunos da escola elementar. In: **BRITO, M.R.F** (Org.). Psicologia da educação matemática: teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2001.

QUINTILIANO, L.C. **Relações entre os estilos cognitivos, as estratégias de solução e o desempenho dos estudantes na solução de problemas aritméticos e algébricos..** Tese de Doutorado em Educação. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2011. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/251112/1/Quintiliano_LucianedeCastro_D.pdf. Acesso em: 26 jul. 2021.

RIBEIRO, M. C. H. Bibliometria: Quinze anos de análise da produção acadêmica em periódicos brasileiros. *Biblios*, (69), 1–20. doi:10.5195/ biblios.2017. Disponível: http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1562-47302017000400001. Acesso em: 25 de mai. 2021.

SCHMIDT, F. L., & HUNTER, J. E. *Methods of meta-analysis: Correcting error and bias in research findings*. 2014. London: Sage. Recuperado de <https://methods.sagepub.com/book/methods-of-meta-analysis-3e>. Acesso em: 25 de mai. 2021.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S.; RODRIGUES, M. C.; BORGES, T. D. F. F.

SPALLETA, A. G. **Desenvolvimento das habilidades matemáticas: um estudo sobre as relações entre o desempenho e a reversibilidade de pensamento na solução de problemas.** Dissertação de mestrado- UNICAMP, São Paulo: Campinas, 1998. Disponível: http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/253898/1/Spalletta_AntoninoGiuseppe_M.pdf. Acesso em: 10 de jun. 2021.

WIELEWSKI, G. D. **Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii.** Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2005. Disponível: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/tese_gladys_denise_wielewski.pdf. Acesso em: 10 de junh.2021.

VYGOTSKY, L. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo. Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. **A formação social da mente.** São Paulo. Martins Fontes, 1987.